

## Étude numérique de l'ébullition en convection mixte dans une couche poreuse verticale

### Numerical study of boiling with mixed convection in a vertical porous layer

Mustapha Najjari, Sassi Ben Nasrallah \*

*Laboratoire d'études des systèmes thermiques et énergétiques, École nationale d'ingénieurs de Monastir, Monastir 5000, Tunisia*

Reçu le 30 janvier 2001; accepté le 1<sup>er</sup> novembre 2001

---

#### Résumé

Dans cet article, nous avons appliqué la méthode enthalpique pour l'étude de l'ébullition en convection mixte dans une couche verticale poreuse, chauffée sur une distance finie. Le liquide est injecté à l'extrémité supérieure. Les équations du mouvement et d'énergie ont été résolues numériquement par la méthode des volumes finis. Des résultats concernant l'évolution spatio-temporelle de la température, de la pression, des vitesses des fluides ainsi que la quantité de vapeur formée sont présentés et analysés. Les effets de la vitesse d'injection, de l'intensité du chauffage et de la perméabilité sont déterminés. Les résultats montrent que l'ébullition est importante dans le cas où les effets des deux convections, naturelle et forcée, sont du même ordre de grandeur. Le volume de la vapeur formé est faible pour des valeurs élevées de la perméabilité du milieu poreux ou de la vitesse du liquide à l'entrée.

© 2002 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. All rights reserved.

#### Abstract

By using an enthalpic method (two-phase mixture model), we have studied numerically boiling with mixed convection in a vertical porous layer with a discrete heating. Liquid is injected at the top face. Finite volume method is used for numerical resolution of equations of volumetric enthalpy and pressure. Results giving time-space evolution of temperature, pressure, velocities of the fluids and evaporated volume are presented and analyzed. Parametric studies to assess the effects of inlet velocity, imposed heat flux and permeability, were performed. Results show that boiling is important if the effects of both, natural and forced convections are similar. The evaporated volume will decrease at high values of intrinsic permeability of porous medium or at high values of inlet velocity.

© 2002 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS. All rights reserved.

**Mots-clés :** Ébullition ; Convection naturelle ; Convection forcée ; Convection mixte ; Zone diphasique

**Keywords :** Boiling; Free convection; Forced convection; Mixed convection; Two-phase zone

---

#### 1. Introduction

Les écoulements et les transferts de chaleur et de masse dans les milieux poreux restent parmi les thèmes de recherche d'actualité. En particulier, l'étude de l'ébullition en milieux poreux est l'objet de plusieurs recherches au cours des dernières décennies. En effet une description des méca-

nismes de transferts massiques et thermiques lors de l'ébullition en milieu poreux non saturé est indispensable pour plusieurs applications (séchage, stockage des déchets nucléaires, caloducs ...).

Le problème de l'ébullition a été étudié dans différentes configurations géométriques (rectangulaire et cylindrique) et avec des conditions aux limites variées.

Udell [1], a étudié expérimentalement l'ébullition dans une cavité rectangulaire isolée de ses côtés latérales et soumise à un flux de chaleur par l'une des deux bases.

---

\* Correspondance et tirés à part.

Adresse e-mail : sassi.bennasrallah@enim.rnu.tn (S. Ben Nasrallah).

## Nomenclature

$c$	capacité thermique massique . . . . .	$\text{J}\cdot\text{kg}\cdot\text{K}^{-1}$
$D$	coefficient de diffusion . . . . .	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
$g$	champ de pesanteur . . . . .	$\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$
$h_{fg}$	chaleur latente de vaporisation . . . . .	$\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$
$H$	enthalpie volumique . . . . .	$\text{J}\cdot\text{m}^{-3}$
$h_t$	coefficient d'échange thermique . . . . .	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
$J(s)$	fonction de Leverett	
$k$	perméabilité . . . . .	$\text{m}^2$
$k_r$	perméabilité relative	
$k_{\text{eff}}$	conductivité thermique effective . . . . .	$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
$l$	épaisseur de la couche poreuse . . . . .	$\text{m}$
$L$	longueur de la couche poreuse . . . . .	$\text{m}$
$\dot{m}$	terme source massique . . . . .	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}\cdot\text{s}^{-1}$
$Nu$	nombre de Nusselt	
$u_{\text{in}}$	vitesse d'injection . . . . .	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$p$	pression . . . . .	$\text{Pa}$
$p_c$	pression capillaire . . . . .	$\text{Pa}$
$Pe$	nombre de Peclet	
$Ra$	nombre de Rayleigh	
$q_w$	densité du flux thermique échangé avec le milieu ambiant . . . . .	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
$q_{\text{éch}}$	flux thermique échangé avec le milieu ambiant . . . . .	$\text{W}$

$s$	saturation en liquide	
$t$	temps . . . . .	$\text{s}$
$T$	température . . . . .	$\text{K}$
$u$	vitesse donnée par la loi de Darcy . . . . .	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
$x, y$	coordonnées verticale et horizontale . . . . .	$\text{m}$

## Lettres grecques

$\beta$	coefficient d'expansion thermique . . . . .	$\text{K}^{-1}$
$\varepsilon$	porosité	
$\Gamma$	diffusivité . . . . .	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$
$\gamma$	facteur correctif du terme de convection	
$\lambda$	mobilité des phases	
$\mu$	viscosité dynamique . . . . .	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$
$\nu$	viscosité cinématique . . . . .	$\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$
$\rho$	masse volumique . . . . .	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
$\sigma$	tension superficielle . . . . .	$\text{N}\cdot\text{m}^{-1}$

## Indices

amb	milieu extérieur
eff	effective
l	phase liquide
k	cinétique
v	phase vapeur
sat	régime saturé

Le dispositif expérimental permet l'étude de l'effet de l'inclinaison par rapport à la gravité. Il a présenté aussi un modèle théorique qui permet de retrouver les champs de pression, de température et de saturation.

Stemmelen, Dominiak et Moyne [2,3] ont étudié l'ébullition dans une colonne poreuse verticale chauffée par le bas. Les résultats expérimentaux ont montré que l'interface zone non saturée-zone saturée de liquide, peut être instable. Une étude de stabilité linéaire a été présentée [3].

Doughty et Pruess [4] ont cherché des solutions semi-analytiques, dans une géométrie cylindrique. Leur modèle, très proche de celui de Udell, permet de simuler les effets caloducs dans le sol qui entoure les conteneurs des déchets nucléaires. Ils ont donné le développement, en régime transitoire, de la zone diphasique ainsi que le flux critique d'assèchement du milieu.

Ribando et Torrance [5] ont étudié théoriquement la convection naturelle dans un milieu poreux rectangulaire chauffé par le bas à parois latérales isolées. Ils ont déterminé les valeurs critiques du flux de chauffage pour lesquelles se développe la convection naturelle dans la cavité en fonction des dimensions, des caractéristiques physiques du milieu poreux et des conditions aux limites imposées.

Ramesh et Torrance [6,7] ont étudié la stabilité linéaire de l'ébullition dans cette configuration. Les auteurs présentent

un diagramme de stabilité pour des systèmes où la zone non saturée est dominée par le liquide.

Rahli, Topin, Tadrist et Pantaloni [8] ont étudié l'ébullition dans un milieu poreux traversé par un écoulement forcé ascendant d'un liquide. Des résultats expérimentaux concernant les champs de température et de pression dans le milieu poreux sont présentés. Les auteurs ont délimité les différentes zones (liquide, diphasique ou vapeur) qui peuvent exister selon les conditions expérimentales dans le milieu poreux. Les champs de saturation correspondant ont été déterminés à l'aide d'une simulation numérique utilisant la méthode des éléments finis.

Les modèles numériques développés précédemment sont basés généralement [6] sur la résolution des équations de transfert dans chacune des phases, liquide et vapeur, séparément. Ces équations sont couplées à l'aide des équations aux interfaces. Le nombre d'équations est élevé et la résolution numérique est alors difficile. Pour réduire cette difficulté, Wang et al. [9–11] ont appliqué, pour la première fois, la méthode du mélange des deux phases ou méthode enthalpique. Cette méthode a été testée à plusieurs reprises [10,12].

Très récemment, Ghafir et al. [13] ont appliqué cette méthode pour étudier l'ébullition d'un fluide dans un milieu poreux en convection forcée. Les effets de glissement entre phases liquide et vapeur, les effets capillaires et le non équi-

libre thermique local solide-liquide ont été considérés. Dans cette référence, les effets d'autres paramètres (variation de porosité et les effets inertiels) sur l'ébullition ont été analysés en utilisant un deuxième modèle traitant les domaines diphasique et monophasiques d'une façon distincte.

La convection mixte en milieu poreux a été étudiée par Lai et al. [14,15] dans le cas où le milieu poreux est saturé avec une seule phase. Ils ont étudié principalement les effets de la convection mixte sur les transferts thermiques entre la source thermique et le milieu poreux. A notre connaissance, il n'y a pas de travaux s'intéressant à la convection mixte en milieu poreux en présence de l'ébullition.

Ainsi l'objet de notre travail est l'étude de l'ébullition en convection mixte dans un milieu poreux chauffé sur une distance finie. Nous utilisons le modèle de mélange et nous effectuons la résolution par la méthode des volumes finis.

Des résultats concernant l'évolution des champs dynamique, massique et thermique lorsque l'écoulement du liquide est descendant sont présentés et analysés. Une étude de sensibilité à certains paramètres est aussi effectuée. Une telle étude devient intéressante lorsqu'on cherche une connaissance locale ou globale sur l'évacuation de la chaleur à partir d'une source thermique en contact avec un milieu poreux (composants électroniques, bâtiments ...).

## 2. Formulation mathématique

Le problème physique étudié (Fig. 1) est un canal vertical rempli d'un milieu poreux. Une face latérale est imperméable et isotherme. L'autre est imperméable et soumise à un flux de chaleur sur une distance finie. Initialement, le milieu est traversé par un écoulement forcé d'eau, rentrant par la face supérieure et sortant par la face inférieure.

Lorsque la température atteint celle de la vaporisation de l'eau, l'ébullition apparaît, une zone diphasique se développe. Il s'agit donc d'étudier les écoulements et les transferts dans un milieu poreux non saturé où les phases liquide et vapeur peuvent exister seules ou simultanément.

La modélisation des transferts de chaleur et de masse à l'échelle microscopique (échelle des pores) est très difficile. En effet, la complexité géométrique et la discontinuité du milieu rendent insurmontables les problèmes qui se posent lors de la modélisation des transferts de chaleur et de masse à cette échelle.

Pour contourner cette difficulté, on étudie les phénomènes à une échelle macroscopique. Il s'agit d'effectuer un changement d'échelle en faisant la moyenne des équations de conservation sur un volume élémentaire représentatif du milieu poreux dont la taille est grande devant celle des pores, pour que les grandeurs macroscopiques soient continues, et petite par rapport aux dimensions du milieu poreux, pour que ces grandeurs moyennes puissent être considérées comme locales. Ce changement d'échelle permet de passer d'un milieu réel discontinu à un milieu fictif continu [16].

Cette étude est faite sous les hypothèses suivantes :

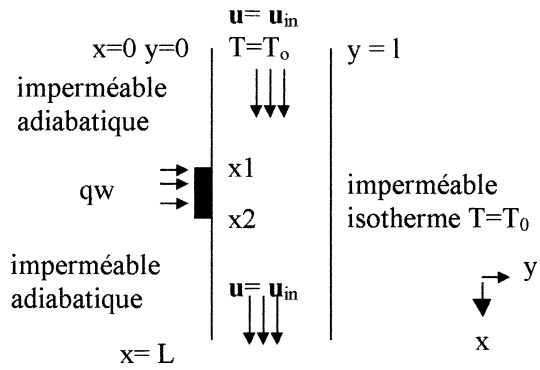


Fig. 1. Problème physique étudié.

Fig. 1. Schematic diagram of physical problem.

- (1) Il y a équilibre thermique local entre les différentes phases ( $T_l = T_v = T_s = T$ ).
- (2) Les vitesses de la phase liquide et de la phase vapeur peuvent être données par les lois de Darcy généralisées.
- (3) Les transferts thermiques par rayonnement sont négligeables.
- (4) Les termes de dispersion et de tortuosité peuvent être modélisés comme étant des flux diffusifs.
- (5) Les approximations de Boussinesq sont appliquées.
- (6) Dans la zone diphasique, la température de transition de phase liquide-vapeur est constante et égale à 100 °C.

### 2.1. Équations de transferts dans la zone non saturée

#### 2.1.1. Équations de conservation de la masse

Les équations de conservation de la masse pour les deux phases, liquide et vapeur sont données par :

$$\varepsilon \rho_l \frac{\partial s}{\partial t} + \rho_l \operatorname{div} \mathbf{u}_l = \dot{m}_l \quad (1)$$

$$\varepsilon \rho_v \frac{\partial (1-s)}{\partial t} + \rho_v \operatorname{div} \mathbf{u}_v = \dot{m}_v \quad (2)$$

$\dot{m}_l$  est la masse du liquide transformée en vapeur par unité du temps et de volume.  $\dot{m}_v$  est le taux de vaporisation par unité du temps et de volume.

Comme la transition de phase liquide-vapeur est la seule source massique, on peut écrire :

$$\dot{m}_l + \dot{m}_v = 0 \quad (3)$$

$\rho_l$  et  $\rho_v$  sont les masses volumiques du liquide et de la vapeur,  $s$  est la saturation en liquide.

#### 2.1.2. Équations de conservation de la quantité de mouvement

D'après les lois de Darcy, les vitesses du liquide et de la vapeur  $\mathbf{u}_l$  et  $\mathbf{u}_v$  sont données par :

$$\mathbf{u}_l = -\frac{k k_{rl}}{\mu_l} [\operatorname{grad} p_l - \rho_l (1 - \beta_l (T - T_0)) \mathbf{g}] \quad (4)$$

$$\mathbf{u}_v = -\frac{k k_{rv}}{\mu_v} [\operatorname{grad} p_v - \rho_v (1 - \beta_v (T - T_{sat})) \mathbf{g}] \quad (5)$$

- $k$ ,  $k_{rl}$  et  $k_{rv}$  sont respectivement la perméabilité intrinsèque du milieu poreux et les perméabilités relatives de chacune des deux phases.
- $\mu_l$  et  $\mu_v$  sont les viscosités dynamiques,  $\beta_l$  et  $\beta_v$  sont les coefficients d'expansion thermique.
- $p_l$  et  $p_v$  sont les pressions partielles,  $g$  est l'accélération du pesanteur.

### 2.1.3. Équation locale de conservation de l'énergie

$$\frac{\partial}{\partial t}[(1-\varepsilon)\rho_s h_s + \varepsilon \rho_l h_l + \varepsilon(1-s)\rho_v h_v] + \text{div}(\rho_l \mathbf{u}_l h_l + \rho_v \mathbf{u}_v h_v) = \text{div}(k_{\text{eff}} \text{grad } T) + \dot{q} \quad (6)$$

avec  $T$  la température d'équilibre,  $\dot{q}$  une source volumique de chaleur.

$h_s$ ,  $h_l$  et  $h_v$  sont les enthalpies massiques du solide, du liquide et de la vapeur dont les expressions en fonction de  $T$  :

$$h_s = c_s T + h_s^0 \quad (7)$$

$$h_l = c_l T \quad (8)$$

$$h_v = c_v T + [(c_l - c_v)T_{\text{sat}} + h_{fg}] \quad (9)$$

$T_{\text{sat}}$  est la température de vaporisation,  $h_{fg}$  est la chaleur latente de vaporisation et  $h_s^0$  est une enthalpie de référence.

Parmi les méthodes proposées pour la résolution numérique de ce problème il y a les méthodes des écoulements séparés [6,7] qui consistent à résoudre les équations de conservation dans chaque domaine (liquide pur, vapeur pure ou zone diphasique). Ces équations sont couplées par les conditions aux limites au niveau des interfaces séparant les différents domaines. Les interfaces sont mobiles. De ce fait, une difficulté apparaît au niveau de l'adaptation du maillage et sa modification au cours du temps. Certaines méthodes de résolution fixent l'interface en effectuant une transformation des coordonnées spatiales et temporelles [6,7]. Ce qui impose l'utilisation des coordonnées curvilignes. La résolution numérique devient alors difficile.

Pour simplifier la résolution numérique, Rahli et al. [8] et Topin et al. [17] considèrent le milieu poreux partout non saturé. Les transferts sont alors régis par trois équations relatives à la température, à la pression de la phase gazeuse et à la saturation. En comparant les valeurs de la saturation obtenues aux valeurs des saturations irréductibles de la phase liquide et de la phase gazeuse, les auteurs distinguent les zones saturées en liquide, saturées en gaz et non saturées.

Dans le cas où la phase gazeuse ne contient que la vapeur de la phase liquide et la température de changement d'état est constante et connue, on peut utiliser une formulation enthalpique [9,10,12]. Le milieu poreux est considéré comme étant une seule phase ce qui réduit considérablement le nombre d'équations par rapport aux méthodes des écoulements séparés et par rapport aux méthodes utilisées dans [8, 17]. Le système d'équations obtenu permet, tout d'abord, de déterminer les grandeurs caractéristiques du mélange : enthalpie volumique  $H$  et pression  $p$ . Les grandeurs caractéristiques de chacune des phases (saturation, pression, vitesse), sont déduites à partir des grandeurs relatives au mélange.

## 2.2. Système d'équations en formulation enthalpique

En formulation enthalpique [10,12], les transferts de chaleur et de masse sont régis par le système d'équations suivant.

### 2.2.1. Équation de conservation de la masse

$$\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \mathbf{u} = 0 \quad (10)$$

Cette équation est obtenue en faisant la sommation des équations (1) et (2). Elle décrit la conservation locale de la masse d'un fluide compressible de masse volumique  $\rho$  et de vitesse  $\mathbf{u}$  telles que :

$$\rho \mathbf{u} = \rho_l \mathbf{u}_l + \rho_v \mathbf{u}_v \quad (11)$$

$$\rho = \rho_l s + \rho_v (1-s) \quad (12)$$

### 2.2.2. Équation de conservation de la quantité de mouvement

L'équation de conservation de la quantité de mouvement déduite à partir des équations (4), (5), (11) et (12) s'écrit :

$$\mathbf{u} = -\frac{k}{\mu} (\text{grad } p - \rho_k \mathbf{g}) \quad (13)$$

$\lambda_l$  et  $\lambda_v$  sont appelés mobilités relatives et sont définis par :

$$\lambda_l = \frac{\nu}{\nu_l} k_{rl} \quad \text{et} \quad \lambda_v = \frac{\nu}{\nu_v} k_{rv} \quad (14)$$

$\mu$  et  $\nu$  sont les viscosités dynamique et cinématique du mélange. Elles dépendent de la saturation  $s$  et sont définies par :

$$\mu = \frac{[\rho_l s + \rho_v (1-s)]}{k_{rl}/\nu_l + k_{rv}/\nu_v} \quad \text{et} \quad \nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (15)$$

Dans cette équation,  $\rho_k$  est aussi une masse volumique relative au mélange dans laquelle on tient compte des forces de poussée thermiques. Elle dépend de la température et de la saturation  $s$  ( $\lambda_l$  et  $\lambda_v$  dépendent de la saturation  $s$ ). Elle est donnée par :

$$\rho_k = \rho_l [1 - \beta_l (T - T_0)] \lambda_l + \rho_v [1 - \beta_v (T - T_{\text{sat}})] \lambda_v \quad (16)$$

$p$  est la pression dans le mélange, elle est définie par la relation :

$$\text{grad } p = \lambda_l \text{grad } p_l + (1 - \lambda_l) \text{grad } p_v \quad (17)$$

En remplaçant  $\mathbf{u}$  par son expression dans (10), on aura :

$$\varepsilon \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{k}{\nu} \nabla^2 p - \text{grad } p \cdot \text{grad } \left( \frac{k}{\nu} \right) + \text{div} \left( \frac{k}{\nu} \rho_k \mathbf{g} \right) = 0 \quad (18)$$

### 2.2.3. Équation de conservation de l'énergie

L'équation (6) écrite, en tenant compte des relations enthalpie-température et en utilisant les équations (10) et (13), devient :

$$\Omega \frac{\partial H}{\partial t} + \text{div}(\gamma_h \mathbf{u} H) = \text{div} \left( \frac{\Gamma_h}{\rho} \text{grad } H \right) + \text{div} \left( f(s) \frac{k}{\nu_v} \Delta \rho h_{fg} \mathbf{g} \right) \quad (19)$$

Cette équation traduit la conservation locale de l'énergie du mélange des phases solide, liquide et vapeur. Elle constitue une formulation unique de l'équation de conservation de l'énergie, valable dans les trois domaines (saturés ou non saturé). L'enthalpie  $H$  est définie par :

$$H = \rho(h - 2h_{\text{vsat}}) \quad (20)$$

avec

$$\rho h = \rho_l s h_l + \rho_v (1 - s) h_v \quad (21)$$

Les coefficients  $\Omega$ ,  $\gamma_h$ ,  $\Gamma_h/\rho$  et  $f(s)$  sont donnés par :

$$\Omega = \varepsilon + \rho_s c_s (1 - \varepsilon) \frac{dT}{dH} \quad (22)$$

$$\gamma_h = \frac{[s\rho_l + \rho_v(1-s)][h_{\text{vsat}}(1 + \lambda_l) - h_{\text{lsat}}\lambda_l]}{(2h_{\text{vsat}} - h_{\text{lsat}})s\rho_l + \rho_v(1-s)h_{\text{vsat}}} \quad (23)$$

$$\frac{\Gamma_h}{\rho} = \frac{\rho_l h_{\text{fg}}}{\rho_l h_{\text{fg}} + (\rho_l - \rho_v)h_{\text{vsat}}} D + k_{\text{eff}} \frac{dT}{dH} \quad (24)$$

$$D = \frac{\sqrt{\varepsilon k} \sigma}{\mu_l} \frac{k_{\text{rl}} k_{\text{rv}}}{\frac{\nu_v}{\nu_l} k_{\text{rl}} + k_{\text{rv}}} (-J'(s)) \quad (25)$$

$$f(s) = \frac{k_{\text{rl}} k_{\text{rv}} / \nu_l}{k_{\text{rl}} / \nu_l + k_{\text{rv}} / \nu_v} \quad \text{et} \quad \Delta\rho = \rho_l - \rho_v \quad (26)$$

$J(s)$  est la fonction de Leverett [10] qui apparaît dans l'expression de la pression capillaire  $p_c$  :

$$p_c = \left(\frac{\varepsilon}{k}\right)^{1/2} \sigma J(s) \quad \text{avec} \quad p_c = p_v - p_l \quad (27)$$

$J(s)$  est approchée par l'expression suivante :

$$J(s) = 1,417(1-s) - 2,120(1-s)^2 + 1,263(1-s)^3 \quad (28)$$

La perméabilité intrinsèque est donnée par la formule de Kozeny–Carman [18] :

$$k = \frac{d^2}{180} \frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)^2} \quad (29)$$

$d$  est le diamètre des grains constituant la matrice poreuse.

Les expressions des perméabilités relatives utilisées [6, 10] sont :

$$k_{\text{rl}} = s, \quad k_{\text{rv}} = 1 - s \quad (30)$$

Ces expressions impliquent qu'il y a écoulement des deux phases quelque soit la valeur de  $s$  ce qui n'est pas le cas en toute rigueur. En effet ; d'une part la phase liquide ne peut s'écouler que pour des saturations supérieures à une certaine valeur  $s_{\text{min}}$  (au dessous de cette valeur le liquide se trouve sous forme discontinue), d'autre part la phase vapeur ne peut s'écouler que pour des saturations inférieures à une certaine valeur  $s_{\text{max}}$  (au dessus de cette valeur le gaz se trouve sous forme discontinue).

L'expression de  $dT/dH$  n'est pas la même selon les différentes zones :

- dans la zone saturée en liquide ( $H \leq -\rho_l(2h_{\text{vsat}} - h_{\text{lsat}})$ ),

$$\frac{dT}{dH} = \frac{1}{\rho_l c_l} \quad (31a)$$

- dans la zone saturée en vapeur ( $-\rho_v h_{\text{vsat}} < H$ ),

$$\frac{dT}{dH} = \frac{1}{\rho_v c_v} \quad (31b)$$

- et dans la zone diphasique ( $-\rho_l(2h_{\text{vsat}} - h_{\text{lsat}}) < H \leq -\rho_v h_{\text{vsat}}$ ),

$$\frac{dT}{dH} = 0 \quad (31c)$$

#### 2.2.4. Calculs des champs de température et de saturation

La résolution numérique des équations (18) et (19) permet de calculer à chaque point  $H$ ,  $\mathbf{u}$  et  $p$ . A partir des valeurs de  $H$ , on peut déterminer les champs de température et de saturation :

$$T = \begin{cases} \frac{H + 2\rho_l h_{\text{vsat}}}{\rho_l c_l}, & H \leq -\rho_l(2h_{\text{vsat}} - h_{\text{lsat}}) \\ T_{\text{sat}}, & -\rho_l(2h_{\text{vsat}} - h_{\text{lsat}}) < H \leq -\rho_v h_{\text{vsat}} \\ T_{\text{sat}} + \frac{H + \rho_v h_{\text{vsat}}}{\rho_v c_v}, & -\rho_v h_{\text{vsat}} < H \end{cases} \quad (32)$$

$$s = \begin{cases} 1, & H \leq -\rho_l(2h_{\text{vsat}} - h_{\text{lsat}}) \\ -\frac{H + \rho_v h_{\text{vsat}}}{\rho_l h_{\text{fg}} + (\rho_l - \rho_v)h_{\text{vsat}}}, & -\rho_l(2h_{\text{vsat}} - h_{\text{lsat}}) < H \leq -\rho_v h_{\text{vsat}} \\ 0, & -\rho_v h_{\text{vsat}} < H \end{cases} \quad (33)$$

D'après (17) on a :

$$\text{grad } p = \lambda_l \text{grad } p_l + (1 - \lambda_l) \text{grad}(p_l + p_c) \quad (34)$$

D'où on aura

$$\text{grad } p_l = \text{grad } p - (1 - \lambda_l) \text{grad } p_c$$

$$\text{avec} \quad \text{grad } p_c = \frac{dp_c}{ds} \text{grad } s \quad (35)$$

En remplaçant le gradient de  $p_l$  dans l'expression de la vitesse du liquide (4) et en utilisant (13), on peut montrer que :

$$\rho_l \mathbf{u}_l = \lambda_l \rho \mathbf{u} + \mathbf{j} \quad (36)$$

$\mathbf{j}$  représente le flux du liquide par diffusion dans le mélange :

$$\mathbf{j} = -\rho_l D \text{grad } s + f(s) \frac{k}{\nu_v} \Delta \rho \mathbf{g} \quad (37)$$

De même, on montre que :

$$\rho_v \mathbf{u}_v = (1 - \lambda_l) \rho \mathbf{u} - \mathbf{j} \quad (38)$$

#### 2.3. Conditions aux limites et conditions initiales

A l'entrée ( $x = 0$ ), le milieu poreux est saturé en liquide de vitesse  $u_{\text{in}}$  et maintenu à la température  $T_0$  :

$$H = H_0 = \rho_l(c_1 T_0 - 2h_{\text{vsat}}) \quad (39)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\mu_l}{k} u_{\text{in}} + \rho_l g \quad (\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{in}} \cdot \mathbf{e}_x) \quad (40)$$

A la sortie ( $x = L$ ), assez loin de la zone chauffée, l'enthalpie ne varie plus avec  $x$ , le milieu poreux est saturé en liquide, la vitesse d'écoulement est aussi  $u_{\text{in}}$  (on supposera négligeable la vitesse de formation de la vapeur au cours du régime transitoire devant le flux massique à l'entrée) :

$$\frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (41)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\mu_l}{k} u_{\text{in}} + \rho_l g \quad (\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{in}} \cdot \mathbf{e}_x) \quad (42)$$

La face latérale ( $y = 0$ ) est imperméable et elle est soumise entre  $x_1$  et  $x_2$  à un flux de chauffage de densité  $qw$  :

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (43)$$

$$-\frac{\Gamma_h}{\rho} \frac{\partial H}{\partial y} = qw \quad \text{si } x_1 \leq x \leq x_2 \quad (44)$$

Le reste de la face latérale est adiabatique :

$$-\frac{\Gamma_h}{\rho} \frac{\partial H}{\partial y} = 0 \quad \text{si } x < x_1 \text{ ou } x > x_2 \quad (45)$$

La face latérale ( $y = l$ ) est imperméable, saturée en liquide et isotherme ( $T = T_0$ ) :

$$H = H_0 = \rho_l(c_1 T_0 - 2h_{\text{vsat}}) \quad (46)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (47)$$

Initialement, le milieu est isotherme et saturé en liquide en écoulement forcé descendant à la vitesse  $u_{\text{in}}$  :

$$\text{à } t = 0: \quad H = H_0 = \rho_l(c_1 T_0 - 2h_{\text{vsat}}) \quad (\mathbf{u} = \mathbf{u}_{\text{in}} \cdot \mathbf{e}_x) \quad (48)$$

### 3. Résolution numérique

Nous avons résolu numériquement le système d'équations par la méthode des volumes finis décrite par Patankar [19]. Le milieu est divisé en volumes de contrôle centrés sur les points de coordonnées  $(i, j)$ , appelés noeuds du réseau.

La valeur d'une grandeur physique  $\phi$  au point  $(i, j)$  est notée  $\phi_{i,j}^n$  à l'instant  $t$ , et  $\phi_{i,j}^{n+1}$  à l'instant  $t + \Delta t$ .

Les équations sont intégrées sur chaque volume de contrôle et sur l'intervalle du temps  $[t, t + \Delta t]$ .

Sur les faces du domaine, l'intégration est faite sur la moitié du volume de contrôle et sur le quart de ce volume aux coins. Afin d'éviter les instabilités numériques, nous avons utilisé un schéma implicite alors que pour les termes de convections un schéma upwind.

La méthode itérative ligne par ligne est utilisée pour la résolution de ce système d'équations.

Le domaine considéré est de largeur 0.1 m et de hauteur 1 m (Fig. 1). Afin de tester la validité du code numérique, nous avons utilisé les maillages uniformes :  $101 \times 41$ ,  $101 \times 61$ ,  $201 \times 61$  et  $101 \times 81$ . Il s'avère que, pour les trois derniers cas, les résultats sont presque confondus. Pour cela nous avons utilisé un maillage  $101 \times 61$ .

La convergence au cours des itérations est atteinte si l'erreur relative sur l'enthalpie et la pression est inférieure à  $10^{-5}$  entre deux itérations successives.

### 4. Comparaisons avec des travaux antérieurs

#### 4.1. Cas d'un problème de convection mixte

Afin de valider le code de calcul, nous avons résolu le système d'équations pour un problème de convection mixte descendante dans une couche poreuse verticale saturée en liquide (sans ébullition). Cette couche est chauffée de manière discrète à une température  $T_h$ . Ce problème a été étudié par Lai et al. [14] qui utilisent le nombre de Rayleigh  $Ra$  pour caractériser l'effet des forces de poussée d'Archimède et le nombre de Peclet  $Pe$  pour mettre en évidence l'importance relative de l'écoulement forcé. Ces deux nombres sont donnés par :

$$Ra = kl g \rho_l \beta_l (T_h - T_0) c_1 / (v_l k_{\text{eff}}) \quad \text{et} \quad Pe = \rho_l c_1 l u_{\text{in}} / k_{\text{eff}} \quad (49)$$

Pour décrire les transferts thermiques au niveau de la plaque, les auteurs ont utilisé un nombre de Nusselt moyen  $Nu$  donné par :

$$Nu = \frac{1}{T_h - T_0} \int_{x_1}^{x_2} \left( -\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} dx \quad (50)$$

$x_1$  et  $x_2$  sont les abscisses des deux extrémités de la source thermique.

Le Tableau 1 montre que les valeurs de  $Nu$ , obtenues par le présent code, sont en bon accord avec ceux de Lai et al. [14].

#### 4.2. Cas d'un problème d'ébullition

Nous avons comparé aussi nos résultats avec Wang et al. [10,11]. Ces auteurs ont fait une étude numérique

Tableau 1

Valeurs de Nusselt moyen. Comparaison avec les résultats de [14]

Table 1

Overall Nusselt number. Comparison between our results and those in [14]

$Ra/Pe$	1		10	
	Présent travail	Lai et al. [14]	Présent travail	Lai et al. [14]
10	2,07	1,96	3,16	3,22
50	3,75	3,80	2,50	2,41
100	6,30	6,10	4,26	4,17

de l'ébullition dans un milieu poreux se trouvant dans une cavité carrée fermée par le bas et ouverte par le haut. Le milieu poreux est initialement saturé en eau à la température  $T_0$ . Les parois latérales sont adiabatiques et imperméables. La cavité est chauffée en bas par un flux constant  $qw$  et maintenue isotherme à la température  $T_0$  en haut.

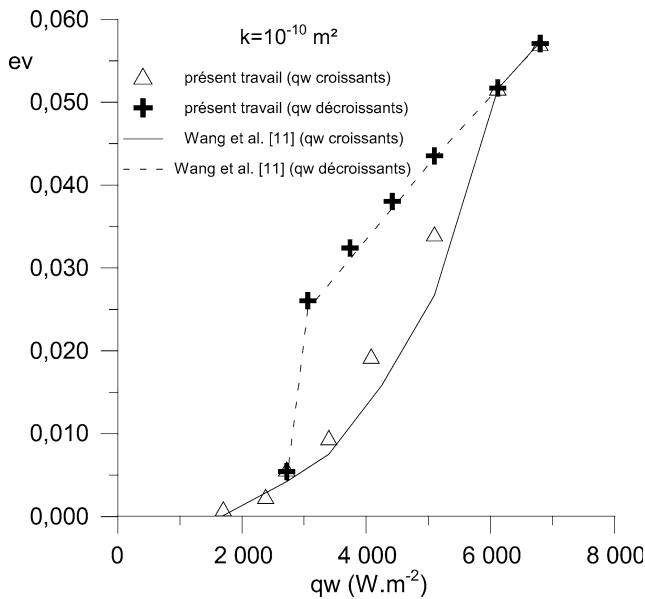


Fig. 2. Variation de la fraction en volume de la vapeur en fonction du flux de chaleur imposé par le bas. Comparaison avec les résultats de Wang et al. [11].

Fig. 2. Variation of volume vapor fraction as function of the heat flux imposed at the heat source. Comparison between our results and those of Wang et al. [11].

Tableau 2  
Comparaison des valeurs maximales de la vitesse du liquide avec [10]

Table 2  
Maximum values of liquid velocity. Comparison between our results and those in [10]

	$k \text{ (m}^2\text{)}$	$qw \text{ (W} \cdot \text{m}^{-2}\text{)}$	$\ u_l\ _{\max} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$ Présent travail	$\ u_l\ _{\max} \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$ D'après [10]
Cas (1)	$10^{-10}$	1700	$0,30 \times 10^{-4}$	$0,311 \times 10^{-4}$
Cas (2)	$10^{-10}$	3400	$0,411 \times 10^{-4}$	$0,43 \times 10^{-4}$

Tableau 3  
Caractéristiques physiques du milieu poreux étudié

Table 3  
Thermophysical property data for the porous medium

$\sigma \text{ (N} \cdot \text{m}^{-1}\text{)}$	$k_{\text{eff}} \text{ (W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}$	$c_l \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}$	$c_s \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}$	$c_v \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)}$	$\beta_v \text{ (K}^{-1}\text{)}$	$\beta_l \text{ (K}^{-1}\text{)}$
0,059	0,85	$4,178 \times 10^3$	$8,79 \times 10^2$	$1,55 \times 10^3$	$3 \times 10^{-3}$	$5,23 \times 10^{-4}$
$\varepsilon$	$h_{fg} \text{ (J} \cdot \text{kg}^{-1}\text{)}$	$\rho_l \text{ (kg} \cdot \text{m}^{-3}\text{)}$	$\rho_s \text{ (kg} \cdot \text{m}^{-3}\text{)}$	$\rho_v \text{ (kg} \cdot \text{m}^{-3}\text{)}$	$\mu_l \text{ (kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$	$\mu_v \text{ (kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$
0,35	$2,257 \times 10^6$	957,9	$2,645 \times 10^3$	0,598	$4,473 \times 10^{-4}$	$1,2 \times 10^{-5}$

La fraction évaporée en volume (ev) est utilisée pour décrire l'importance de l'ébullition. Elle est définie par :

$$ev = \frac{1}{L \cdot l} \iint_{\substack{0 < y < l \\ 0 < x < L}} (1 - s) dx dy \quad (51)$$

$L$  et  $l$  sont respectivement la hauteur et la largeur du milieu poreux,  $s$  est la saturation en liquide. En régime permanent, la cavité contient une zone diphasique surmontée par une zone saturée en liquide.

La Fig. 2 représente les valeurs de  $ev$  pour des valeurs de  $qw$  croissante et décroissante. D'abord  $ev$  varie faiblement avec l'augmentation de  $qw$ . Dans la zone liquide l'écoulement est bidimensionnel et le transfert thermique est assuré par conduction et par convection bicellulaire. Lorsque  $qw$  atteint des valeurs très élevées, le transfert thermique dans la zone liquide se fait par conduction et l'écoulement est unidimensionnel [6]. Le volume de la vapeur varie alors linéairement avec  $qw$ . Ce régime est très stable une fois atteint, c'est pourquoi en diminuant  $qw$  on constate un comportement hystérique.

Cette comparaison montre un bon accord entre nos résultats et ceux de Wang et al. [11].

Les valeurs du maximum de la vitesse sont aussi en bon accord avec celles de [10] (Tableau 2).

## 5. Résultats et interprétations

Les caractéristiques physiques du milieu poreux étudié (Fig. 1) sont résumées dans le Tableau 3.

La température initiale est  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ .

Le transfert de chaleur au niveau de la paroi chauffée est modélisé par une source thermique dont le flux imposé ( $q_{\text{éch}}$ ) correspond à un échange convectif avec le milieu extérieur de température  $T_{\text{amb}} = 150^\circ\text{C}$  :

$$q_{\text{éch}} = \left( \int_{x_1}^{x_2} qw dx \right)_{y=0} \quad \text{avec } qw = h_t(T - T_{\text{amb}}) \quad (52)$$

$x_1$  et  $x_2$  sont les abscisses des deux extrémités de la source de chaleur. La longueur de la source est égale à  $l$ .  $h_t$  est le coefficient d'échange thermique avec le milieu extérieur.

### 5.1. Description des phénomènes

Nous présentons par la suite (Figs. 3, 4 et 5), une description des phénomènes en analysant l'évolution spatio-temporelle des champs dynamiques et thermiques ainsi que

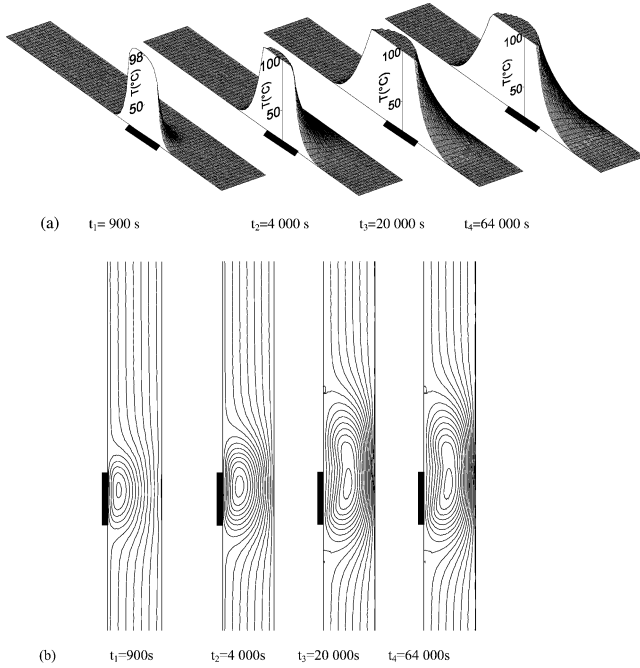


Fig. 3. Évolution spatio-temporelle du champ thermique (a) et des lignes de courant du liquide (b) pour  $k = 0,30 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ ,  $u_{\text{in}} = 2,12 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $h_t = 60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Fig. 3. Time-space evolution of the temperature field (a) and stream lines of liquid (b) for  $k = 0.30 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ ,  $u_{\text{in}} = 2.12 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  and  $h_t = 60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

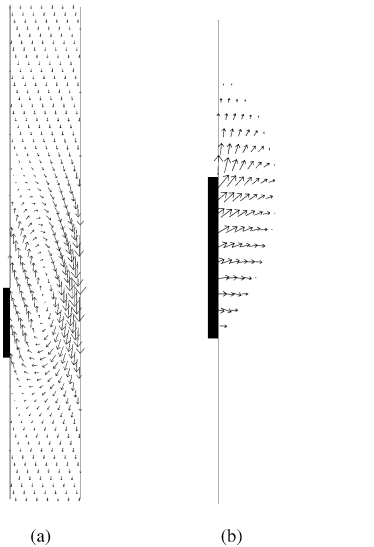


Fig. 5. Vitesse du liquide ( $\|\mathbf{u}_l\|_{\text{max}} = 18,28 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) (a), vitesse de la vapeur ( $\|\mathbf{u}_v\|_{\text{max}} = 3,59 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) (b) et champ de saturation (c) en régime stationnaire, pour  $k = 0,30 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ ,  $u_{\text{in}} = 2,12 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $h_t = 60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Fig. 5. Liquid velocity vectors ( $\|\mathbf{u}_l\|_{\text{max}} = 18.28 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) (a), vapor velocity vectors ( $\|\mathbf{u}_v\|_{\text{max}} = 3.59 \times 10^{-3} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) (b) and iso-liquid saturation lines (c) in the steady state for  $k = 0.30 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ ,  $u_{\text{in}} = 2.12 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  and  $h_t = 60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

l'évolution de la fraction du volume de la vapeur contenue dans le milieu poreux pour  $k = 0,30 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ ;  $u_{\text{in}} = 2,12 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $h_t = 60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Au départ, le milieu est traversé par un écoulement forcé du liquide dirigé vers le bas. Le flux de chaleur au niveau de la paroi sert à chauffer le milieu. Un gradient de température apparaît au voisinage de la source thermique (Fig. 3(a)  $t = t_1$ ). Le liquide est alors soumis à des forces d'Archimède qui engendrent des cellules de convection naturelle (Fig. 3(b)).

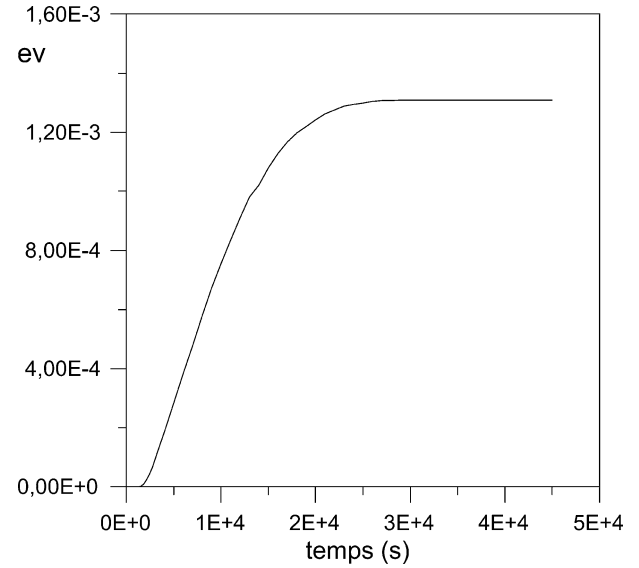


Fig. 4. Évolution de la fraction en volume de la vapeur au cours du temps pour  $k = 0,30 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ ,  $u_{\text{in}} = 2,12 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $h_t = 60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Fig. 4. Transient responses of the volume vapor fraction for  $k = 0.30 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ ,  $u_{\text{in}} = 2.12 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  and  $h_t = 60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .



Une zone diphasique apparaît lorsque la température de la paroi atteint celle de l'ébullition. Le flux de chaleur pariétal servira alors à chauffer le milieu et à vaporiser l'eau.

Dans cette zone, il y a coexistence des phases liquide et vapeur en équilibre. Le champ thermique présente une zone isotherme au voisinage de la source thermique (Fig. 3(a)). Cette zone est limitée par l'isotherme  $T = T_{\text{sat}}$  qui définit la position du front de condensation (ou de vaporisation). Cet isotherme servira par la suite à reconnaître la déformation du front au cours de l'écoulement.

La Fig. 4 montre l'évolution de la fraction du volume de vapeur contenue dans le milieu poreux. Dans une première phase, ce volume est nul. Le milieu est encore saturé en liquide. Lorsque l'ébullition prend lieu, le volume de la vapeur croît rapidement.

A cause des pertes de chaleur qui croissent avec l'augmentation de la taille de la zone diphasique, le volume de la vapeur dans le milieu poreux tend vers un régime stationnaire.

De même les champs thermiques et dynamiques (Fig. 3  $t_3$  et  $t_4$ ) tendent vers un état stationnaire à partir d'un certain moment.

Les champs de saturation et des vitesses des deux phases, liquide et vapeur, en régime stationnaire, sont représentés sur la Fig. 5. Dans la zone diphasique, le liquide froid s'écoule vers la plaque chauffée où il se vaporise (Fig. 5(a)). La vapeur est entraînée ensuite vers l'intérieur (Fig. 5(b)). Sa vitesse est maximale sur la plaque chauffée. Cette vitesse diminue jusqu'à s'annuler sur le front limitant la zone diphasique où la vapeur se condense à la rencontre de la phase liquide pure dont la température est inférieure à celle de la saturation. Au contact de la source thermique, le liquide possède une vitesse verticale. Ceci prouve que les forces de poussées thermiques sont importantes dans cette région.

La distribution des saturations dans la zone diphasique (Fig. 5(c)) n'est pas centrée sur la source thermique. La position du minimum de saturation dépend de l'importance des convections naturelle et forcée. Sur cette figure, l'isovaleur  $s = 0,99$  peut servir pour caractériser le front de vaporisation.

Suivant les conditions d'écoulement, la zone en contact avec la source thermique est occupée par la phase liquide pure, par la zone diphasique, ou bien par les deux ensembles. Dans la zone saturée en liquide, l'échange thermique entre la plaque chauffée et l'écoulement est assuré par deux modes ; la conduction et la convection.

Lorsque la zone diphasique apparaît au contact de la paroi chauffée, le transfert thermique se fait dans la région voisine de la source thermique par chaleur latente de vaporisation et par convection.

### 5.2. Effet de la perméabilité (cas des faibles vitesses d'injection)

Les Figs. 6, 7 et 8 montrent l'effet de la perméabilité sur les champs dynamiques et thermiques en régime permanent.

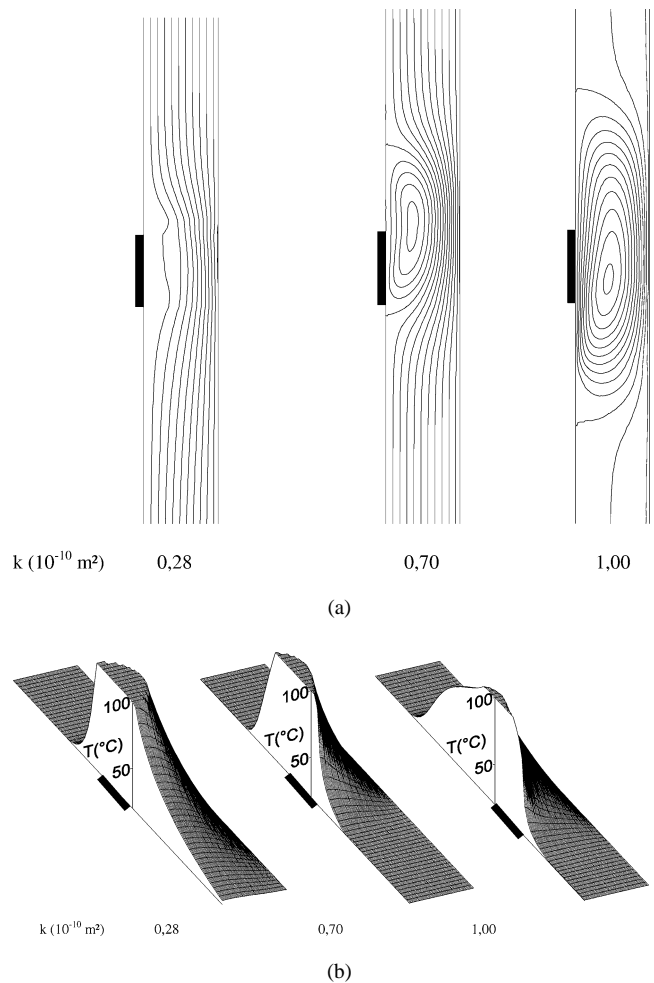


Fig. 6. Effets de la perméabilité sur les lignes de courant du liquide (a) et les isothermes (b).  $u_{\text{in}} = 10,62 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $h_t = 60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Fig. 6. Effects of permeability on stream lines of liquid (a) and temperature field (b).  $u_{\text{in}} = 10,62 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  and  $h_t = 60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

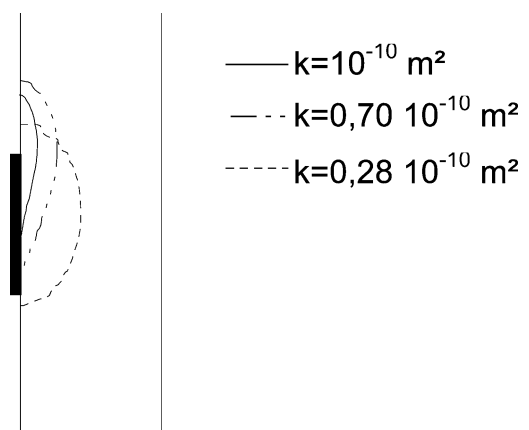


Fig. 7. Effets de la perméabilité sur la déformation du front de vaporisation :  $u_{\text{in}} = 10,62 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $h_t = 60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

Fig. 7. Effects of permeability on the position of the phase interface between the single- and two-phase regions:  $u_{\text{in}} = 10,62 \times 10^{-6} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  and  $h_t = 60 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ .

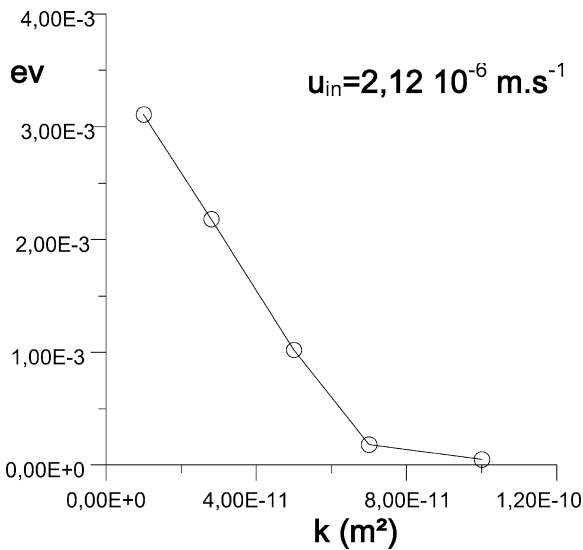


Fig. 8. Variation de la fraction en volume de la vapeur en fonction de la perméabilité (faible vitesse à l'entrée)  $h_t = 60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Fig. 8. Effects of permeability on the volume fraction of the vapor phase  $u_{in} = 2.12 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  and  $h_t = 60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Pour des faibles perméabilités, il n'y a pas de recirculation (Fig. 6(a)), l'effet de la convection naturelle est négligeable et par conséquent la zone chaude est fortement entraînée vers le bas (Fig. 6(b)). Pour des perméabilités plus importantes, la zone chaude est poussée vers le haut sous l'effet des forces de poussée thermique. Ceci marque l'importance d'un mouvement de convection naturelle dont l'effet s'oppose à la convection forcée. Des cellules de convection naturelle commencent à apparaître au voisinage de la plaque chaude et leur taille augmente avec la perméabilité.

La Fig. 7 montre l'évolution du front de vaporisation avec la perméabilité. La position du front est fortement affectée par le développement de la zone de recirculation qui est alors poussée sur la partie inférieure de la paroi chauffée et entraînée vers le haut sur sa partie supérieure. L'étendue de la zone diphasique se rétrécit lorsque la perméabilité augmente et l'ébullition n'est plus localisée sur la totalité de la paroi chauffée. Elle peut disparaître sur sa partie inférieure.

L'effet de la perméabilité sur la quantité de vapeur formée est représenté sur la Fig. 8. Lorsque la perméabilité augmente, la convection naturelle devient importante et évacue de la chaleur de la source thermique. Elle s'oppose ainsi à l'ébullition et réduit le volume total de la vapeur.

### 5.3. Effet de la vitesse d'injection $u_{in}$

La Fig. 9 représente l'aspect général des lignes de courant et des isothermes pour différentes valeurs de la vitesse d'injection.

L'écoulement forcé permet de refroidir le milieu et de réduire le mouvement de recirculation.

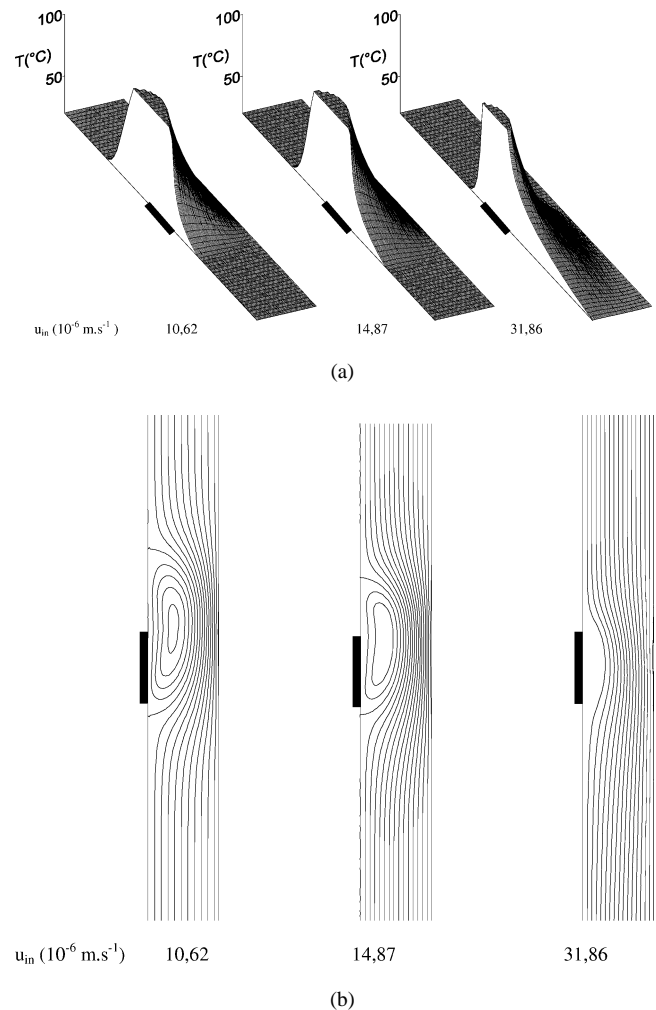


Fig. 9. Effets de la vitesse à l'entrée sur le champ de température (a) et les lignes de courant du liquide (b).  $k = 0.70 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ ,  $h_t = 60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Fig. 9. Effects of inlet flow on temperature field (a) and streamlines of liquid (b).  $k = 0.70 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ ,  $h_t = 60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Par augmentation de la vitesse à l'entrée, la région chaude est entraînée vers le bas (Fig. 9(a)) et la taille de la zone de recirculation diminue et finit par disparaître (Fig. 9(b)).

Sur la Fig. 10, on peut distinguer la dominance de chacun de ces régimes.

Pour  $k = 0.28 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ , l'effet de la convection naturelle est encore faible, on observe uniquement l'effet de la convection forcée qui entraîne la diminution de la quantité évaporée.

Pour  $k = 0.70 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ , la fraction du volume évaporée en liquide est faible dans les deux cas extrêmes de  $u_{in}$ . En effet la convection naturelle, comme la convection forcée, provoque une évacuation de la chaleur de la zone chauffée. L'inversion observée sur cette courbe s'explique par les effets antagonistes des deux convections forcée et naturelle sur l'ébullition. Pour des faibles vitesses à l'entrée, la convection naturelle évacue la chaleur de la source chaude et réduit par conséquent l'ébullition. L'écoulement

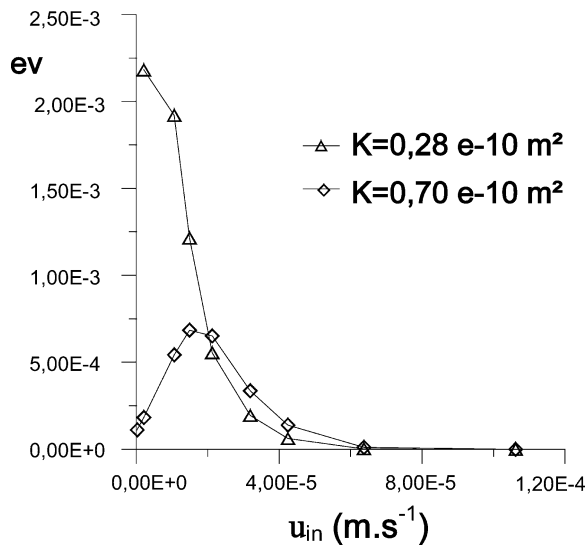


Fig. 10. Variation de la fraction en volume de la vapeur en fonction de la vitesse à l'entrée  $h_t = 60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .

Fig. 10. Effect of inlet flow on the volume fraction of the vapor  $h_t = 60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ .

forcé descendant s'oppose à l'écoulement de convection naturelle et par conséquent favorise l'ébullition, ce qui explique l'augmentation, pour des valeurs faibles de  $u_{in}$ , de la quantité évaporée  $ev$  avec la vitesse. Lorsque l'effet de la convection naturelle devient négligeable une augmentation de  $u_{in}$  refroidit la source chaude et s'oppose par conséquent à l'ébullition. D'où la quantité évaporée diminue avec la vitesse.

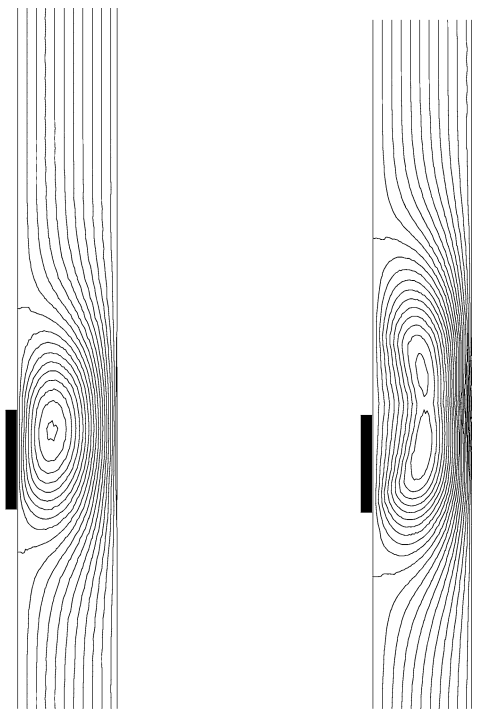
Sur cette figure, on remarque que, pour des valeurs élevées de  $u_{in}$ , l'effet de la perméabilité sur l'ébullition est inversé par rapport aux régimes des faibles valeurs de  $u_{in}$  (Fig. 8).

#### 5.4. Effet du flux de chauffage

Lorsque l'échange convectif avec le milieu ambiant est élevé, la zone diphasique prend de l'importance. Le volume de la vapeur prend des valeurs élevées.

La Fig. 11 montre que l'étendue de la zone diphasique affecte l'écoulement forcé. Les lignes de courant sont serrées sur la face latérale froide. Le gradient de la vitesse du liquide est alors important dans cette région.

Sur la Fig. 12 on a représenté la composante verticale de la vitesse du liquide en fonction de la coordonnée horizontale au niveau de la section médiane de la paroi chauffée. Sur la face latérale refroidie l'écoulement est renforcé par l'ébullition. Dans la zone diphasique la valeur négative de la composante axiale est due à la convection naturelle. Dans cette zone, la vitesse du liquide diminue avec l'intensité du chauffage. Ceci peut s'expliquer par la diminution de la perméabilité du liquide suite à la diminution de la saturation et à la réduction du gradient de température.



$h_t (\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1})$  30

60

Fig. 11. Effet de l'intensité de chauffage sur les lignes de courant du liquide dans le milieu poreux  $u_{in} = 2,12 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $k = 0,28 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ .

Fig. 11. Effects of heating intensity on streamlines of liquid  $u_{in} = 2.12 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  and  $k = 0.28 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ .

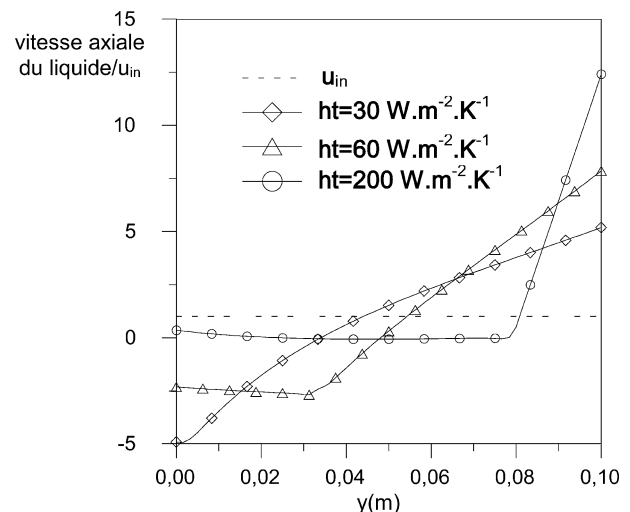


Fig. 12. Effet de l'intensité de chauffage sur la composante axiale de la vitesse du liquide au niveau de la section médiane de la source thermique  $u_{in} = 2,12 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $k = 0,28 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ .

Fig. 12. Effects of heating intensity on axial velocity profiles along the mid-plane of the heated source  $u_{in} = 2.12 \times 10^{-6} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  and  $k = 0.28 \times 10^{-10} \text{ m}^2$ .

## 6. Conclusion

Cette étude numérique a permis de mettre en évidence les phénomènes qui accompagnent l'ébullition d'un liquide

en écoulement descendant au sein d'un milieu poreux. Pour des faibles vitesses d'injection du liquide  $u_{in}$  à l'entrée, la convection naturelle devient importante lorsque la perméabilité augmente. On assiste alors à l'apparition de cellules de convection naturelle au voisinage de la paroi chauffée qui favorise le refroidissement du milieu poreux par évacuation d'une quantité importante de la chaleur de la zone chauffée vers la face refroidie, ce qui réduit le volume de vapeur formé.

Pour des vitesses d'injection  $u_{in}$  importantes du liquide à l'entrée, l'effet de la convection naturelle est négligeable. Le milieu poreux est alors refroidi par convection forcée. Dans ces conditions, lorsque  $u_{in}$  augmente la zone diphasique se rétrécit.

Pour une perméabilité donnée du milieu poreux, il existe une vitesse d'injection optimale pour laquelle le volume évaporé est maximum. Dans ce cas les effets des deux convections sur l'écoulement s'opposent au voisinage de la source thermique et par suite les effets de refroidissement correspondants à chaque mode de convection sont ralentis.

### Abridged English version

#### Numerical study of boiling with mixed convection in a vertical porous layer

Boiling in porous media has been a topic of much research over the last decades because of its applications in drying, nuclear energy storage, caloducs ....

In the literature, boiling was studied in different geometrical forms (rectangular, cylindrical) and with different boundary layer conditions.

Experimental and theoretical results in a square cavity have been presented in [1–3]. Semi-analytical solutions to simulate caloducs have been developed in [4]. In [6] the authors presented linear stability diagram for boiling in a square cavity with natural convection.

Numerical analysis of boiling in porous media is complicated because of strongly nonlinearity and coupled nature of the governing equations for two-phase flow and the presence of moving and irregular interfaces between the single- and two-phase zones.

Recently Wang et al. [9–12] proposed a two-phase mixture model to remove this difficulties. This method is used in [13] to simulate boiling with forced convection in a vertical porous medium.

Mixed convection in porous media has been studied in the only case where the media is saturated with liquid [14,15].

The object of the present paper is to study the boiling with mixed convection in a porous layer with discrete heating on the wall side (Fig. 1). The main hypothesis are; local thermal equilibrium ( $T_s = T_l = T_v$ ), individual phase velocity is given by Darcy's law, the two-phase zone is isothermal, the Boussinesq approximations are available, the dispersion term and the tortuosity term can be modeled as diffusive fluxes.

Eqs. (1)–(9) describes the energy and mass conservation in a microscopic view for two-phase regions.

The two-phase mixture model [9,10,12] unifies governing equations for the single- and two-phase regions by reformulating these equations. In this model, the porous media was considered as a single-phase (the mixture of all phases) which is described by Eqs. (18) and (19). The numerical resolution of (13), (18) and (19) gives the values of volumetric enthalpy  $H$ , the pressure and velocity for the mixture. The fluid temperature and liquid saturation can be deduced from the volumetric enthalpy by (32) and (33). The velocities of individual phase can also be calculated from (36), (37) and (38).

The set of Eqs. (18) and (19) is solved numerically by the finite volumes method [19]. We have considered a regular mesh within the integrated domain. Convergence is considered to be reached when the relative errors for the volumetric enthalpy and pressure are less than  $10^{-5}$  between two consecutive iterations.

To validate the present code for the case of single-phase flow we considered the problem of opposing mixed convection in a vertical porous layer with a finite wall heat isothermal source [14]. In this reference, Rayleigh number  $Ra$  and Peclet number  $Pe$  (49) were utilized to characterize, respectively, the relative importance of natural convection and forced flow. As shown in Table 1, it can be seen a good agreement in the values of the overall Nusselt number  $Nu$  (50) between the results of the present code and those in [14].

Another problem is considered to validate the boiling. The porous medium is a square cavity heated from below [10,11]. In Fig. 2, we represent the values of vapor fraction  $ev$  (51) for different heat fluxes. The maximum values of liquid velocity were also compared and listed in Table 2. These results have a good agreement with results in [10,11].

The thermophysical properties data for the considered porous media are listed in Table 3. The heat flux  $q_{éch}$  (52) imposed by the finite source on an otherwise adiabatic wall is due to convection where  $h_t$  is the external heat transfer coefficient and  $T_{amb}$  is the temperature of the ambient.

The first transient simulation (Figs. 3, 4) shows the typical evolution of temperature, stream lines of liquid and vapor volume-fraction. We can see that isotherms, stream lines and the volume of vapor evolves toward a steady state. According to flow regimes, heated zone can be occupied by liquid phase zone, two-phase zone or both together. In this zone, the liquid velocity in steady state is vertical (Fig. 5) due to the thermal convection.

Extensive calculations have been performed to obtain, in steady state, isotherms, streamlines maps and volume of vapor for a wide range of: intrinsic permeability of porous medium in the case of low values of the inlet velocity (in Fig. 7 position of the front is defined by the isotherm  $T = T_{sat}$ ), inlet velocity and heat fluxes (in this section, we attempt to examine the effects of the expansion of two-phase zone on the velocity field).

The results indicate that, for a low velocities at the inlet, natural convection is important as long as intrinsic permeability is high then, cellular convection can occurs (Figs. 6 and 7). Because the porous media is cooled by recirculating flow, boiling is affected by an increasing of permeability (Fig. 8).

If the inlet velocity is more important, the effect of natural convection is negligible. We can see that boiling is affected by an increasing of the value of  $u_{in}$  (Fig. 9). Porous medium is also cooled by the forced flow (Fig. 10). For a given value of the intrinsic permeability, there is an optimal value of  $u_{in}$  for which the volume of vapor is maximum.

Liquid flow is affected by the development of two-phase zone by taking over the permeability of liquid (Figs. 11 and 12).

## Références

- [1] K.S. Udell, Heat transfer in porous media considering phase change and capillarity—the heat pipe effect, *Internat. J. Heat Mass Transfer* 28 (2) (1985) 485–495.
- [2] D. Stemmelen, Ébullition en milieu poreux capillaire : modélisation et expérimentation, Thèse, INPL, Nancy, 1991.
- [3] D. Stemmelen, P. Dominiak, C. Moyne, Ébullition en milieu poreux: analyse expérimentale de la stabilité du front zone liquide-zone diphasique, *Internat. J. Therm. Sci.* 38 (1999) 572–584.
- [4] C. Doughty, K. Pruess, A semi analytical solution for heat-pipe effect near high-level nuclear waste packages buried in partially saturated geological medium, *Internat. J. Heat Mass Transfer* 31 (1) (1988) 79–90.
- [5] R.J. Ribando, K.E. Torrance, Natural convection in a porous medium: effects of confinement, variable permeability, and thermal boundary conditions, *ASME J. Heat Transfer* 98 (1976) 42–48.
- [6] P.S. Ramesh, K.E. Torrance, Stability of boiling in porous media, *Internat. J. Heat Mass Transfer* 33 (9) (1990) 1895–1908.
- [7] P.S. Ramesh, K.E. Torrance, Numerical algorithm for problems involving boiling and natural convection in porous materials, *Numer. Heat Transfer B* 17 (1990) 1–24.
- [8] O. Rahli, F. Topin, L. Tadrist, J. Pantaloni, Analysis of heat transfer with liquid-vapor phase change in a forced-flow fluid moving through porous media, *Internat. J. Heat Mass Transfer* 39 (18) (1996) 3959–3975.
- [9] C.Y. Wang, C. Beckermann, A two-phase mixture model of liquid-gas flow and heat transfer in capillary porous media I: formulation, *Internat. J. Heat Mass Transfer* 36 (11) (1993) 2747–2758.
- [10] C.Y. Wang, C. Beckermann, C. Fan, Numerical study of boiling and natural convection in capillary porous media using the two-phase mixture model, *Numer. Heat Transfer A* (26) (1994) 375–398.
- [11] C.Y. Wang, C. Beckermann, C. Fan, Transient natural convection and boiling in porous layer heated from below, in: 10th International Heat Transfer Conference, Brighton, UK, 1994.
- [12] C.Y. Wang, A fixed-grid numerical algorithm for two-phase flow and heat transfer in porous media, *Numer. Heat Transfer B* (31) (1997) 85–105.
- [13] R. Ghafir, Modélisation et simulation numérique de l'ébullition par convection forcée dans un milieu poreux, Thèse, Université de Marne-La-Vallée, Paris, 2000.
- [14] F.C. Lai, V. Prasad, F.A. Kulacki, Aiding and opposing mixed convection in a vertical porous layer with a finite wall heat source, *Internat. J. Heat Mass Transfer* 31 (5) (1988) 1049–1061.
- [15] F.C. Lai, F.A. Kulacki, V. Prasad, Mixed convection in saturated porous media, in: S. Kakaç, B. Kilis, F.A. Kulacki, F. Arinç (Eds.), *Convective Heat and Mass Transfer in Porous Media*, in: NATO ASI Series, Kluwer, Dordrecht, 1991, pp. 225–287.
- [16] S. Whitaker, Simultaneous heat mass and momentum transfer in porous media: a theory of drying, in: *Advance in Heat Transfer*, Vol. 13, Academic Press, New York, 1977, pp. 119–203.
- [17] F. Topin, O. Rahli, L. Tadrist, Experimental and numerical analysis of drying of particles in superheated steam, *J. Porous Media* 2 (3) (1999) 205–229.
- [18] R. Monicard, Caractéristiques des Roches Réservoirs—Analyse des Carottes, Société des Éditions Techniques, Paris, 1975.
- [19] V. Patankar, *Numerical Heat Transfer Fluid Flow*, Hemisphere/MacGraw-Hill, New York, 1980.